$7.625 + 1 = 8.625 \Rightarrow \boxed{9.0}$

1 folio, 3 kantjes gebruikt. Groep na 1.8

Midtoets Calculus, periode IA 2010

−1a 1. Een bewering B is waar voor een natuurlijk getal (welk getal?)

7/8 2. Een bewering B is waar voor $m+1$ als hij waar is voor m $(m \in \mathbb{N})$

Dan is de bewering waar voor alle $n \geq$ het begingetal $(n \in \mathbb{N})$

b ~~Inductiebegin.~~ Ik noem de rij $\frac{1}{1\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 5} + \frac{1}{5\cdot 7} + \ldots + \frac{1}{(2n-1)\cdot(2n+1)} = u_n$

Inductiebegin: Te bewijzen: $u_n = \frac{n}{2n+1}$ voor $n = 1$

2

$$\text{Bewijs: } u_1 = \frac{1}{(2\cdot 1-1)(2\cdot 1+1)} = \frac{1}{1\cdot 3} = \frac{1}{3} = \frac{1}{2\cdot 1+1} = \frac{n}{2n+1} \text{ als } n = 1. \quad \text{QED}$$

Inductiestap: Gegeven: $u_m = \frac{m}{2m+1}$ met $m \geq 1$

Te bewijzen: $u_{m+1} = \frac{(m+1)}{2(m+1)+1} = \frac{m+1}{2m+3}$

$$\text{Bewijs: } u_{m+1} = u_m + \frac{1}{(2(m+1)-1)(2(m+1)+1)}$$

$$= u_m + \frac{1}{(2m+2-1)(2m+2+1)} = u_m + \frac{1}{(2m+1)(2m+3)}$$

$$= \frac{m}{2m+1} + \frac{1}{(2m+1)(2m+3)} \quad \left(\text{zie gegeven } u_m = \frac{m}{2m+1}\right)$$

$$= \left(\frac{m}{2m+1}\right)\left(\frac{2m+3}{2m+3}\right) + \frac{1}{(2m+1)(2m+3)} = \frac{m(2m+3)}{(2m+1)(2m+3)} + \frac{1}{(2m+1)(2m+3)} = \frac{m(2m+3)+1}{(2m+1)(2m+3)}$$

$$= \frac{2m^2+3m+1}{(2m+1)(2m+3)}$$

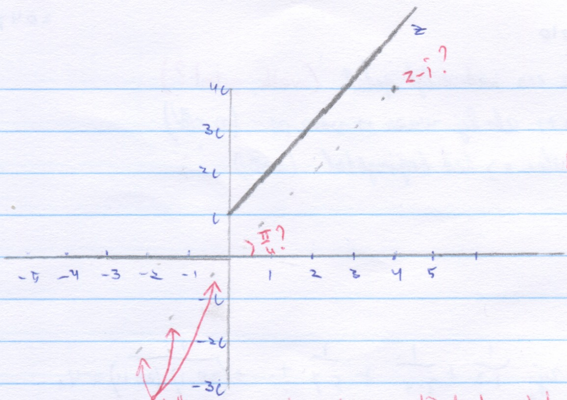
$$= \frac{(2m+1)(m+1)}{(2m+1)(2m+3)}$$

$$= \frac{m+1}{2m+3} \quad \text{QED}$$

Dus $u_n = \frac{n}{2n+1}$ bij $n \in \mathbb{N}$ QED

- 2

$\frac{1}{2}$



Er ontbreekt voldoende toelichting.

tellen deze punten ook mee bij de lijn behorende bij $\arg(z-i)=\frac{\pi}{4}$?

dit argument hoort bijv. bij 2+2i, maar niet bij 2-2i.

3 $z^3 = 2-2i$. $\quad \arg(z^3) = \frac{1}{4}\pi$ ~~met~~ $+2k\pi$

$r(z^3) = \sqrt{2^2+(-2)^2} = \sqrt{8}$

$2\frac{3}{4}$ $\quad z^3 = \sqrt{8}\, e^{(\frac{1}{4}\pi + 2k\pi)i}$

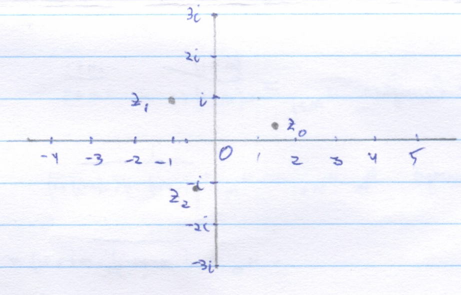
$r(z) = \sqrt[3]{\sqrt{8}} = (\sqrt{8})^{\frac{1}{3}} = (2^{1\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} = (2^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{3}{6}} = \sqrt{2}$

$\arg(z) = \frac{(\frac{1}{4}+2k)\pi}{3} = \frac{1}{12} + \frac{2}{3}k\pi$ met $k = \{0,1,2\}$. (maar hier trek ik geen punten voor af)

$z_0 = \sqrt{2}\, e^{\frac{1}{12}\pi i} = \sqrt{2}\, e^{\frac{1}{12}\pi i}$

$z_1 = \sqrt{2}\, e^{\frac{9}{12}\pi i} = \sqrt{2}\, e^{\frac{3}{4}\pi i}$

$z_2 = \sqrt{2}\, e^{\frac{17}{12}\pi i} = \sqrt{2}\, e^{-\frac{7}{12}\pi i}$



4a $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta > 0$ ~~$0<|x-a|<\delta$ $|f(x)-b|<\varepsilon$ in dit geval~~

1 Zodanig dat $0 < |x| < \delta \Rightarrow |f(x)-1| < \varepsilon$

- b $f(x) > \frac{3}{4}$ als $|x| < \delta$

$f(x) - 1 > -\frac{1}{4}$, ~~kan~~ de limiet is 1, dus $\varepsilon \geq \frac{1}{4}$. De definitie zegt dat er, als er een limiet is,

$\frac{1}{2}$ ~~De limiet van f(x) met x → 0 = 1, dus de f(x) waarden naderen 1.~~

voor alle $\varepsilon > 0$ (dus ook bijv. $\varepsilon = \frac{1}{4}$) een $\delta > 0$ is waarvoor $0 < |x| < \delta \Rightarrow$
$|f(x)-1| < \varepsilon$, dus in dit geval is die δ er ook. als ε groter wordt gekozen dan

$\frac{1}{4}$ kan diezelfde δ ook gebruikt worden die gebruikt is bij $\varepsilon \cancel{\delta} = \frac{1}{4}$: dan vallen alle ~~[illegible]~~ functie waarden ~~[illegible]~~ bij invulling van x'en uit de deltazone zeker binnen de ~~[illegible]~~ epsilonzone, die laatste is immers alleen maar grotergeworden.

Maar, als $\varepsilon \geq \frac{1}{4}$ dan kan het ~~voorkomen~~ binnen het bijbehorende interval $(-\delta, \delta) \setminus \{0\}$ voor kunnen dat $f(x) < \frac{3}{4}$. Stel bijvoorbeeld $\varepsilon = \frac{1}{2}$, dan geldt $f(x) > \frac{1}{2}$. Dus f zou dan kleiner dan $\frac{3}{4}$ kunnen zijn.